**Лабораторная работа 3**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ (СМО)**

Моделирование — это метод исследования, при котором изучаемая система заменяется моделью, с достаточной точностью описывающей реальную систему, с которой проводятся эксперименты с целью получения информации об этой системе.

Класс моделей, называемый «Системы массового обслуживания» часто встречается на практике, так как поведение большого количества важных для нас систем окружающего мира адекватно и точно описывается моделями этого класса. Простота и ясность конструкций модели позволяют исследовать самые разнообразные формы поведения систем.

 Функционирование СМО заключается в обработке требований (иначе называемых заявками) обслуживающими приборами. Требования образуют входной поток, характеристики которого также являются предметом моделирования. СМО может содержать один или несколько приборов. Система, имеющая несколько однотипных, параллельно работающих групп приборов называется многопоточной. Система, в которой требование обрабатывается последовательно несколькими разнотипными приборами, называется многофазной. В чём состоит обработка требования, обычно не конкретизируется. Вместо этого рассматривается время, затраченное на обработку, возможность прервать обработку с последующим возобновлением или продолжением и т.п.

В зависимости от наличия возможности ожидания обслуживания СМО подразделяются на

1. системы с потерями, в которых требования, не нашедшие в момент поступления ни одного свободного прибора, теряются;
2. системы с ожиданием, в которых имеется накопитель бесконечной ёмкости для буферизации поступивших требований, при этом ожидающие требования образуют очередь;
3. системы с накопителем конечной ёмкости (ожиданием и ограничениями), в которых длина очереди не может превышать ёмкости накопителя; при этом требование, поступающее в переполненную СМО (отсутствуют свободные места для ожидания), теряется.

Важной особенностью СМО является дисциплина обслуживания очереди в системах с ожиданием. Некоторые заявки могут быть более приоритетными, чем другие и требовать скорейшего начала обслуживания, причём приоритет может быть фиксирован для каждой заявки, а может и меняться в процессе ожидания. Заявки с равными приоритетами также могут обслуживаться в соответствии с разными дисциплинами. Наиболее широко используются следующие дисциплины:

FIFO – первой обслуживается заявка, РАНЬШЕ других поступившая в очередь;

LIFO – первой обслуживается заявка, ПОЗЖЕ других поступившая в очередь;

RAND – заявки обслуживаются в случайном порядке.

Функционирование СМО существенно зависит от характеристик потока поступающих заявок. В модели рассматриваются только моменты времени поступления заявок, т.е. факты заявок без уточнения деталей каждой конкретной заявки. Накладывая различные ограничения, можно уточнить характеристики потока.

Поток называется *ординарным*, если невозможно одновременное появление более одной заявки. Поток заявок *однороден*, если все заявки равноправны. Поток является потоком *без последействия*, если число событий любого интервала времени не зависит от числа событий на любом другом непересекающемся с ним интервале времени. Поток заявок *стационарен*, если вероятность появления некоторого числа событий на любом интервале не зависит от времени, а зависит только от длины этого интервала. Однородный стационарный поток без последействий называется *простейшим*, или потоком Пуассона.

Число N событий такого потока, выпадающих на интервал длины t, распределено по закону Пуассона:

,

где λ - *плотность* (*интенсивность*) потока равная пределу отношения среднего числа событий, приходящихся на элементарный интервал времени (t,t+dt) к длине интервала (dt), когда последний стремится к нулю. При N = 0 получим вероятность того, что интервал между соседними событиями не меньше t, а функция распределения длин этих интервалов равна

СМО – модель с дискретными событиями. Это значит, что в определённые моменты времени происходят некоторые события и система меняет своё состояние, а в промежутках ничего не происходит (детали происходящего нас не интересуют и не учитываются моделью).

Один из типов событий – поступление очередной заявки. Другой тип – начало обработки требования обслуживающим прибором. Третий тип – окончание обработки требования. В простейшей СМО можно ограничиться этими типами событий. Кроме того будем считать, что СМО одноканальная и однофазная, т.е. имеется всего один обслуживающий прибор. Возможность изменения режима функционирования прибора (например, неисправность) рассматриваться также не будет.

Правила изменения состояний системы таковы:

1. В начальный момент времени обслуживающий прибор свободен, а очередь требований пуста.
2. Если в момент прихода очередного требования прибор свободен, то требование сразу же поступает на обработку, а прибор переходит в состояние «занят» и остаётся в этом состоянии некоторое время, занимаясь обработкой заявки.
3. Если в момент прихода требования прибор занят, то требование помещается в очередь.
4. Если в момент окончания обработки заявки прибором очередь пуста, то прибор переходит в состояние «свободен».
5. Если в момент окончания обработки заявки прибором очередь не пуста, то из очереди извлекается требование, время ожидания которого наибольшее (т.е. очередь обслуживается по дисциплине FIFO), а прибор остаётся в состоянии «занят» ещё некоторое время.

Последовательность моментов времени, в которые наступают перечисленные выше события (с указанием типа события) полностью определяет поведение модели. Поэтому моделирование можно свести к обработке упорядоченного списка моментов наступления событий.

Моделирование удобно начать с момента прихода первого требования, т.е. считать, что соответствующее событие произошло в момент 0. Поскольку известна функция распределения промежутков времени между соседними заявками, то в соответствии с методом обратной функции можно определить величину этого промежутка по формуле:

,

где R – стандартная случайная величина, равномерно распределённая на отрезке [0,1], а поскольку (1 – R) и R распределены одинаково, можно немного упростить вычисление:

.

Момент прихода очередной заявки получается прибавлением величины t к моменту прихода предыдущей заявки.

Будем предполагать, что время обработки требования обслуживающим прибором распределено равномерно в интервале (Тн, Тк). Значит, время окончания обработки получается прибавлением соответствующей случайной величины ко времени начала обработки.

**Задание:**

1. Разработать структуру данных, позволяющую манипулировать упорядоченной по времени последовательностью событий и производить необходимые расчёты.
2. Разработать модель СМО. Выбрать критерий остановки моделирования.
3. Определить среднее время нахождения заявки в системе, среднее время ожидания в очереди, среднее время простоя обслуживающего прибора.
4. Найти среднюю и максимальную длину очереди, учитывая при этом, что усреднение по множеству реализаций эквивалентно усреднению по времени.
5. Исследовать зависимость от параметров модели величин указанных в пунктах 3 и 4 задания. Параметрами модели являются плотность входного потока заявок и интервал распределения времени обработки.